Versión preliminar

Cuaderno para el asesor Eje de Matemáticas

Asesoría especializada

Curso 3

El aprendizaje de los signifcados y aplicaciones de las fracciones

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

PEC
PROGRAMA ESPECIAL DE CERTIFICACIÓN SEP-INEA

MEVyT
Modelo Educación para la Vida y el Trabajo

Cuaderno para el asesor

Asesoría especializada

Didáctica de la aritmética para adultos

Curso 3. El aprendizaje de los significados y aplicaciones de las fracciones

Introducción

Estimado asesor/a:

Este *Cuaderno* ha sido elaborado para que reflexiones y comprendas aspectos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas.

En el contexto de la educación de adultos, los conocimientos matemáticos informales que las personas jóvenes y adultas han construido a lo largo de su vida cotidiana y laboral, son el punto de partida de la una intervención educativa adecuada, la que te permitirá propiciar el desarrollo del razonamiento matemático de los participantes en el círculo de estudio.

El aprendizaje de nociones numéricas, espaciales y temporales de las personas está presente siempre como consecuencia de las experiencias que viven al interactuar con su entorno, esta experiencia les permite avanzar en la construcción de nociones matemáticas más complejas. El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que ellos los puedan usar de manera flexible, para solucionar problemas.

El contenido de este cuaderno está basado en el enfoque actual de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo que aborda el contenido matemático, las dificultades a las que se enfrentan los educandos cuando aprenden dicho contenido y te ofrece algunas alternativas y situaciones didácticas que hacen posible el aprendizaje.

En el desarrollo de las actividades de este cuaderno, encontrarás problemas a resolver, información pedagógica e invitaciones al diálogo y la reflexión con tus compañeros asesores para abordar el tema de las fracciones, sus diferentes significados y las herramientas que necesitan desarrollar las personas para su aprendizaje. También, encontrarás la resolución de problemas con la suma y resta de fracciones y el análisis de sus algoritmos y el desarrollo didáctico que se propone en los módulos del eje de matemáticas.

Esperamos que este material, constituya una herramienta valiosa para tu formación y te sea útil para apoyar tu enseñanza de las matemáticas, en beneficio de las personas jóvenes y adultas que estudian en el INEA

Contenido

FICHA 1
¿QUÉ SON LAS FRACCIONES?

1. De manera individual, resuelve las siguientes situaciones.

a) Representa lo que significa para ti la fracción $\frac{1}{2}$

b) Tacha la fracción mayor:

$\boxed{\frac{13}{16}}$ $\boxed{\frac{12}{17}}$

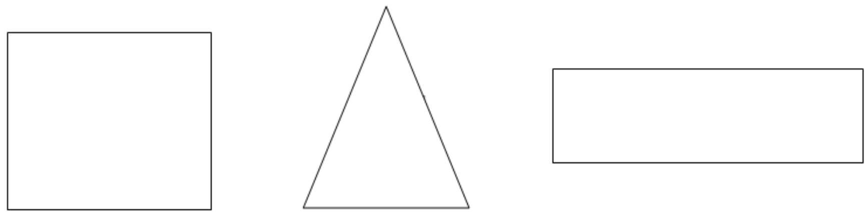
c) Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones y escríbelas sobre las líneas.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{11}$ ________ ________ ________

d) Encierra con un círculo la fracción que está representada en el siguiente dibujo.

$1\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{1}$

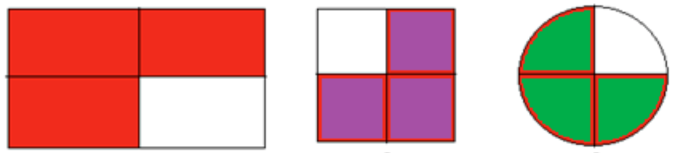
e) Divide las siguientes figuras en tercios.



2. En equipos, considerando las respuestas de cada uno de ustedes a los ejercicios anteriores, contesten las siguientes preguntas. Posteriormente, lean los párrafos.

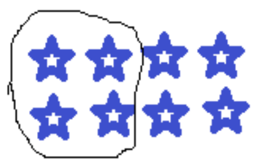
–¿Cuáles fueron las diferentes representaciones que hicieron de la fracción $\frac{1}{2}$? Dibújenlas en el siguiente espacio.

Sabemos por diversas investigaciones, que la manera predominante en la que se enseñan las fracciones es a través de la subdivisión en partes equivalentes (iguales) de modelos continuos (círculos, cuadrados, rectángulos), es decir, se muestra un rectángulo, cuadrado o círculo ya dividido y en el que están iluminados o señalados algunas de esas partes para que el estudiantes solamente escriba la fracción que está representada.



$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

En muy contadas ocasiones se utilizan modelos discretos (colecciones de objetos aislables) y cuando se hace uso de estos modelos es para señalar, básicamente, la mitad de elementos de ese conjunto.



Este significado de las fracciones se llama **Parte-Todo**, y es sólo uno de los diferentes significados o contextos en el que se hace uso de las fracciones. Hay otros significados de las fracciones y es importante que los educandos los conozcan y manejen ya que ello les permitirá explorar una gran variedad de aspectos conectados con este concepto.

En el desarrollo de las actividades de este Cuaderno, se usarán las fracciones en otros contextos para observar que su uso es mucho más amplio: en situaciones de medida, de reparto, de comparaciones a través de razones, así como el uso de las fracciones como un operador. Todas ellas permitirán a los estudiantes tener una comprensión completa de las fracciones y por consiguiente enfrentar las diversas tareas cotidianas que se les presentan.

De acuerdo a la lectura del párrafo, ¿por qué es importante saber que las fracciones tienen diferentes significados?

– ¿Cuáles fueron los procedimientos que utilizaron para determinar la fracción mayor en el ejercicio b? Descríbanlos en las siguientes líneas.

Es muy probable que para comparar las fracciones hayan recurrido a los **productos cruzados**, es decir, multiplicar 13 x 17 y 16 x 12 y comparar los resultados: 221 y 192.

$$\frac{13}{16} \quad \frac{12}{17}$$

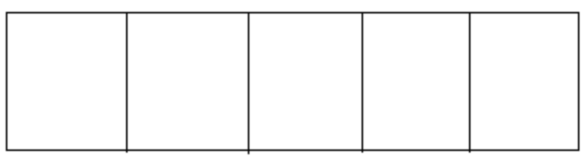
O hayas convertido las fracciones a números decimales

$\frac{13}{16}$ y $\frac{12}{17}$ a 0.81 y 0.70 respectivamente

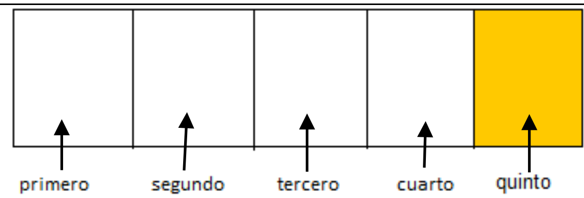
Y de esa manera comparar ambos números y decidir que $\frac{13}{16}$ es mayor. ¿Así lo hicieron?

Cuando las personas, que están iniciando el aprendizaje de fracciones, las comparan no usan esas estrategias. Ellas comparan los números que componen a las fracciones, pero debido a que estos números tienen un significado en el terreno de los números naturales, cuando los utilizan en la comparación de fracciones, causan una comprensión defectuosa. Por lo tanto, para muchos de ellos la fracción $\frac{12}{17}$ es la mayor, porque "*el 17 es el número mayor*".

También, palabras como "cuarto", "quinto", etc., que refieren al significado ordinal de los números naturales, puede obstaculizar la adecuada comprensión de las fracciones. Por ejemplo, si solicitas que señalen dos quintos del siguiente modelo continuo:



Es probable que te digan que requieren otra figura igual, ya que como ellos refieren "*solamente hay un quinto*", refiriéndose al orden como están presentadas las partes del todo:



De acuerdo a los procedimientos que utilizaron para determinar la fracción mayor y a la lectura del párrafo, ¿cuáles creen que son las actividades que hay que realizar para comparar fracciones?

– De las fracciones que se ordenaron en el ejercicio c, ¿cuál significó mayor dificultad? Comenten sus argumentos y escriban los más importantes.

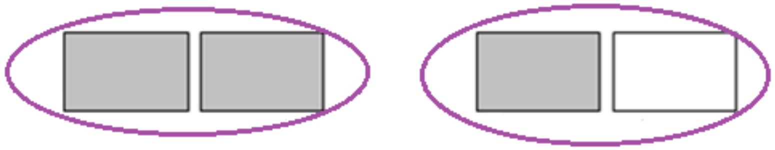
Es posible que no hayan tenido dificultades para ordenar las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{8}$, ya que es de conocimiento común que ½ litro de leche es mayor cantidad que $\frac{1}{4}$, (que es la fracción equivalente de dos octavos). Esto se debe a que en la vida cotidiana existen muchas actividades de medición en las que están presentes estas unidades de medida. Para las personas con y sin experiencia escolar, estas fracciones son muy conocidas y utilizadas en la compra-venta de productos que se miden en kilogramos, litros y metros, aunque en este último contexto, dichas destrezas se acotan en la medición de longitudes.

De acuerdo a los procedimientos que usaron para ordenar las fracciones y a la lectura del párrafo, ¿qué aspectos son importantes a considerar en el orden de las fracciones? Anótenlas.

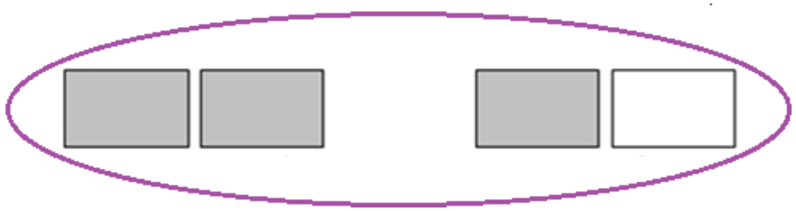
– Expresen los criterios que utilizaron para escoger la fracción que representaba el dibujo en el ejercicio d.

Es probable que cada uno de ustedes haya escogido una fracción diferente. Veamos por qué:

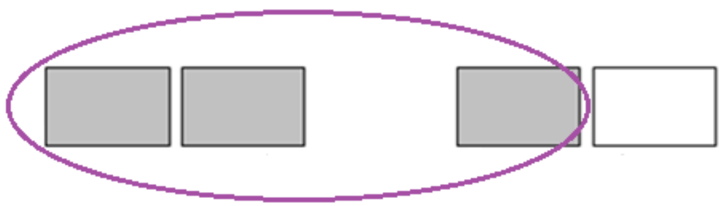
Si vemos al dibujo como dos unidades conformadas cada una de ellas por dos elementos, la fracción $1\frac{1}{2}$ me sirve para representarla.



Pero si lo consideramos como una sola unidad conformada por cuatro elementos, la fracción $\frac{3}{4}$ es la que representa el dibujo.

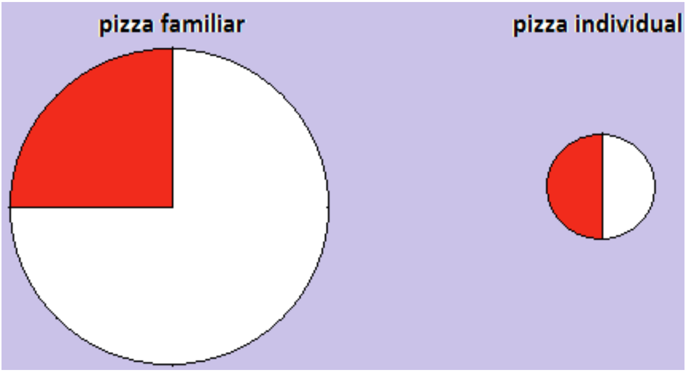


También, puede estar representando la relación que existe entre las figuras, es decir, por cada tres rectángulos azules hay un rectángulo blanco y en ese caso la fracción que la representa es $\frac{3}{1}$.



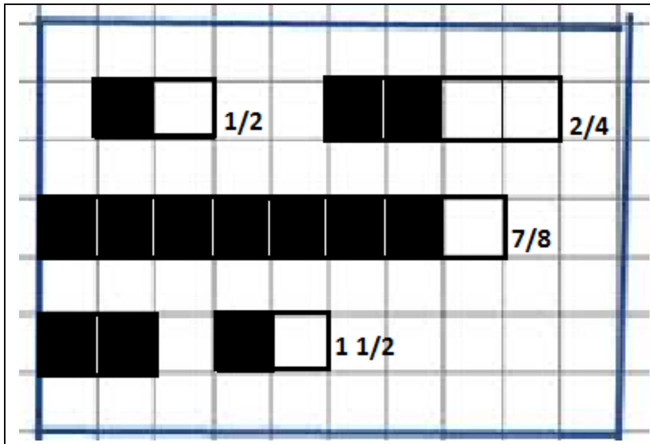
Estos son ejemplos de la importancia que debemos darle a la unidad de referencia, ya que por lo general se acepta esta unidad implícitamente. El no definir una unidad puede ocasionar confusiones, tal y como lo pudimos comprobar.

Por otro lado, sabemos que $\frac{1}{2}$ de un pastel es mayor cantidad que $\frac{1}{4}$, siempre y cuando se refieran al mismo pastel (unidad de referencia) para las dos fracciones, ya que en la siguiente situación no podríamos afirmar que un ¼ de pizza familiar es menor porción que ½ de pizza individual:



¿Se dan cuenta del cuidado que hay que tener para poner ejemplos de fracciones?

Es muy común que en la enseñanza de las fracciones, se representen fracciones usando los cuadritos de las hojas cuadriculadas de sus cuadernos:



La confusión que este tipo de representaciones puede ocasionar en las personas es que, de acuerdo a la percepción visual que da la imagen, sugiere que $\frac{2}{4}$ sea mayor que $\frac{1}{2}$, o que un 1 ½ sea menor que $\frac{7}{8}$.

Por lo tanto, el problema central en este tipo de ejercicios es que **la unidad de referencia** que se utiliza para representar cada fracción **cambia a placer**.

Para resolver un problema como:

Manuel gastó la mitad de su dinero y Pedro la cuarta parte del suyo, ¿quién de los dos gastó más dinero?

Se tendría que saber la cantidad de dinero de cada uno, es decir, conocer la unidad de referencia, para hacer la comparación y decidir.

De acuerdo a las acciones que llevaron a cabo y del texto que leyeron, relacionados con la unidad de referencia, ¿cuál es la importancia de ésta en el aprendizaje de las fracciones? Escriban sus conclusiones.

Dibujen las diferentes particiones que realizaron para obtener los tercios de las 3 figuras en el ejercicio e.

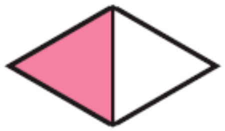
Una cuestión importante del concepto de fracción es la subdivisión en partes equivalentes (iguales), porque implica dos exigencias:

1. Que las partes sean equivalentes.
2. Que el proceso de subdivisión sea *exhaustivo* (que el todo sea repartido sin que sobre nada).

Considerar ambas demandas simultáneamente, es bastante complejo para las personas que están aprendiendo el tema de fracciones.

Aun para las particiones más simples, como medios y cuartos, se requiere considerar ambos aspectos, tanto en modelos continuos como discretos

Modelo continuo Modelo discreto



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

Considerando las dos exigencias que se señalan para obtener fracciones, evalúen cada una de las particiones realizadas en las figuras, para decidir en cuáles casos si se obtuvieron partes equivalentes. Escriban sus principales argumentos.

FICHA 2

¿QUÉ SABEN LAS PERSONAS LAS PERSONAS JÓVENES Y ADULTAS DE LAS FRACCIONES?

1. De manera individual, lee el siguiente texto y contesta las preguntas que se plantean después.

La importancia de las fracciones

Un contenido indispensable en la educación básica de jóvenes y adultos es el de los números fraccionarios, tanto por sus múltiples usos en la vida diaria como por su importancia en el conjunto de los saberes matemáticos.

La literatura sobre el tema ha afirmado una y otra vez que existe una gran variedad de situaciones que requieren del uso de las fracciones: las situaciones de medida, de reparto, las comparaciones parte-todo, las comparaciones mediante razones, el uso de las fracciones como un operador todas ellas necesarias para extender la comprensión del número y para enfrentar diversas tareas cotidianas (Linares 2005). El amplio espectro conceptual de las fracciones muestra su riqueza y su potencial tanto al interior del sistema matemático como la aplicabilidad a la vida cotidiana. Sin embargo, tal riqueza conceptual es al mismo tiempo uno de los principales factores que contribuyen a su complejidad y que explica la dificultad que presentan muchos estudiantes al enfrentar este tipo de números (Charalambous y Pitta-Pantazi, 2007). Una dificultad adicional que mencionan autores como Charalambous y Pitta-Pantazi, es la inclusión de una simbología especial para expresar números.

La vida cotidiana es también espacio de actividades de reparto, medición y comparación, en las que están presentes unidades de medida muy utilizadas y conocidas por personas de todas las condiciones escolares y sociales: la compra y venta de productos que se miden en kilogramos o en litros, situaciones de medición con base en el metro y sus submúltiplos, la medición del tiempo, por señalar sólo las más comunes.

Al igual que en educación infantil, el aprendizaje de las fracciones en jóvenes y adultos de escasa escolaridad es un gran reto. En un estudio reportado por Ávila (2006), se menciona que los adultos de escasa o nula escolaridad son capaces de manejar con éxito fracciones que impliquen una partición en dos, como son los medios y los cuartos (la mitad de la mitad), y en algunas ocasiones los *medios cuartos* (expresión cotidiana de los adultos para referirse a la mitad de un cuarto, o lo que es lo mismo a 1/8), tanto en situaciones de reparto como de medición:

> *Si de medios y cuartos se trata, en general se muestran conocimientos sobre las fracciones y cierta destreza en su manejo, esta destreza se extiende, disminuida, a los medios cuartos. Sin embargo, estos saberes tienen acotaciones: están asociados fundamentalmente a medir con el kilo y el litro –actividades que parecen ser más relevantes en la vida cotidiana- y no siempre son trasladados a otros contextos, como el de la medición de la longitud. De tal suerte que un buen número de personas no logró establecer la relación entre el metro y el cuarto de metro, a pesar de que en contexto de peso y capacidad establecieron fácilmente la relación 1= 4/4. (ÁVILA, 2006, P.26)*

Esta autora señala también el escaso o nulo reconocimiento de fracciones con denominadores diferentes a 2 y 4, aún tratándose de divisiones muy simples como las particiones en tercios. En relación con esto último, cabe señalar que para la gran mayoría de las personas entrevistadas en el estudio de Ávila, la palabra tercio no tiene ningún significado o éste está totalmente alejado de la aritmética: un tercio es un hato o carga, no una relación cuantitativa entre cantidades (cf. Ávila, 2006).

Considerando lo anterior, tal vez no deban sorprendernos los resultados obtenidos con los jóvenes y adultos entrevistados en este estudio, los cuales muestran un escaso manejo de la noción de fracción en una situación de medición (ver adelante). Sin embargo para tener una comprensión suficiente de los procesos y las dificultades de aprendizaje conviene analizar con cuidado sus peculiaridades, es lo que hacemos en seguida.

Tomado de “CONOCIMIENTO SOBRE LAS FACCIONES PONDERACIÓN A PARTIR DE UNA SITUACIÓN DE MEDICIÓN”
Daniel Eudave y Alicia Ávila

¿En qué situaciones se requiere el uso de las fracciones?

¿Cuáles son las principales dificultades que enfrentan los estudiantes al aprender las fracciones?

¿Qué tipo de fracciones son capaces de manejar las personas jóvenes y adultas con escasa o nula escolaridad?

2. De manera individual resuelve la siguiente situación

En una ferretería hay clavos de las siguientes medidas:

$\frac{3}{4}$ de pulgada

$\frac{1}{2}$ pulgada

$\frac{5}{8}$ de pulgada

¿Cuál es el clavo más grande? ________
¿Cuál es el clavo más chico? ________

Ordene las medidas de los clavos, de la más grande a la más chica:

_______, _________, _________

La tarea se presentó a 28 jóvenes y adultos entrevistados durante la investigación "Conocimiento sobre las facciones ponderación a partir de una situación de medición" de Daniel Eudave y Alicia Ávila

De manera grupal, expongan las respuestas y contesten la siguiente pregunta.

¿Consideran que las personas jóvenes y adultas con escasa o nula escolaridad podrían resolver adecuadamente la misma situación? ¿Por qué?

3. En equipos analicen las siguientes entrevistas llevadas a cabo en el estudio mencionado y posteriormente completen las tablas.

No reconocimiento de que es una fracción (dificultad con los simbolismos y su significado   *Entr:* Muy bien, ahora quisiera que me dijera: ¿Usted conoce los clavos, los tornillos…?   *Rita:* Sí   *Entr:* Bueno, entonces le voy a leer el siguiente problema, es de clavos, ¿o quiere leerlo usted?   Rita: (Lee el problema de los clavos, lo hace bastante bien, sólo que no sabe leer las fracciones, lee de la siguiente manera: 5-8, 3-4, 1-2)   Entr: Mire, le voy a decir cómo se leen esos números; éste (señala ¾), se lee tres cuartos, éste (señala ½) se lee un medio; éste (señala 5/8) se lee cinco octavos   Rita: (Repite en voz baja cada uno de los “nombres” de las fracciones. Luego dice): Nunca las había visto así (escritas)   *Entr:* Bueno, ahora sí vamos a leerlo otra vez (leen juntas el problema)   *Rita:* Es más grande éste (señala 5/8), luego éste (señala ¾)   *Entr:* ¿Y cómo sabe que son más grandes?   *Rita:* Pues porque cuando compro así los pido   *Entr:* ¿Y el más chico entonces cuál es?   *Rita:* Éste (señala un medio)   Entr: ¿Y si ya no nos fijamos en el de un medio, sólo en el de 5/8 y el de ¾, cuál es el más grande?   *Rita:* El mediano es el de 3/4, de pulgada   *Entr:* ¿Cómo sabe que es el mediano?   Rita: Por cuando los pide uno, porque ¾ de pulgada es para cuando techan con láminas de asbesto

Entr: ¿Y el de 5/8?
Rita: Ese es para madera, más gruesa, como para los polines
[Entrevista a Rita, 64 años, hogar, NP]

Interpretación de las fracciones como un par de números absolutos: no se reconoce la relación existente entre los números de la fracción

Elba: [El problema] Dice: ¿cuál es el clavo más grande?, pues el de cinco octavos de pulgada.
Entr: Ah, ¿hay alguna razón por la que usted cree que es más grande?
Elba: Pos porque, pues es más grande el cinco y el ocho que el uno y dos, es más grande la pulgada.
Entr: Mm.
Elba: Porque éste es, uno y medio de pulgada y éste es tres cuartos de pulgada… sería más grande el cinco octavos de pulgada, el más grande.
Entr: […] ¿Por los números se guió?
Elba: Sí.
Entr: Entonces me decía que para usted el más chico es media pulgada ¿verdad?

(ella tiene escrito ½, ¾, y 5/8 como respuesta a la última pregunta, sólo que aclaró que los escribió del más chico al más grande)
[Entrevista a Elba, 32 años, hogar, IP]

Interpretación de la fracción a partir del denominador: mientras más grande sea el denominador, más chica la fracción, pues "se parte en más partecitas".

Entr: A ver entonces cómo te dio con respecto a ¿cuál es el clavo más grande?, ¿cuál es el clavo más grande?
Oscar: El de ½ pulgada. Son menos pedazos, nada más son dos pedazos del interno.
Entr: Dos pedazos del interno
Oscar: Media pulgada.
Entr: ¿Y?
Oscar: ¿Cuál es el clavo más chico?
Entr: ¿El clavo más chico, en este caso?
Oscar: El de 5/8
Entr: 5/8 ¿Y cómo se supiste que es el más chico?
Oscar: Porque son más pedazos que el de ¾
Entr: Son más pedacitos
Oscar: Son más pedacitos
[Entrevista a Oscar, 16 años, trabaja con su padre, IS]

Reconocimiento de la fracción como una parte de la unidad

Entr: ¿Si te acuerdas de los clavos o estás sacando la comparación de los números?
Genaro: De los números.
Entr: Ah
Genaro: O sea porque [es] un ¾ y le agrega otro ¼ y es uno completo.
Entr: Ajá
Genaro: Y este ½
Entr: Ah, ok ¿Cuánto le tendrías que agregar al último para hacerlo completo?
Genaro: 1/2…
[Entrevista a Genaro, 28 años, albañil, IP]

De acuerdo al análisis que realizaron escriban lo que saben y lo que desconocen, de las fracciones, las personas entrevistadas.

Rita		Elba	
Qué sabe	Qué desconoce	Qué sabe	Qué desconoce

Oscar		Genaro	
Qué sabe	Qué desconoce	Qué sabe	Qué desconoce

En equipos, lean el siguiente texto en el que se describe los resultados obtenidos con las personas jóvenes y adultas en el estudio señalado.

Resultados

Ninguno de los entrevistados pudo resolver el problema de los clavos de manera satisfactoria, únicamente tres de ellos dieron las respuestas correctas pero con la ayuda de los entrevistadores. No obstante lo anterior, y aun con lo elemental de sus procedimientos, en la mayoría de los estudiantes participantes se aprecian diferentes tipos y niveles de comprensión –unos más alejados de la noción de fracción que otros- sin llegar ninguno a comprender cabalmente este concepto.

Uno de los aspectos más notorios es el desconocimiento del sentido y la representación habitual de las fracciones. En efecto, muchos de los jóvenes y adultos entrevistados, pareciera que ni siquiera las reconocen como números, sino como *una forma de etiquetar* propia de ciertas áreas laborales, como la construcción, o la mecánica. Ejemplos de esto son los tamaños de ciertas herramientas e implementos, como tuercas, tornillos, llaves, llantas de automóviles u otros instrumentos de trabajo, que se identifican mediante fracciones. Podemos decir que muchos de estos jóvenes y adultos consideran a las fracciones como "etiquetas" de algo, sin que representen un valor cuantitativo especifico.

También, se detectó en varios de los entrevistados, escasa familiaridad con el contexto de la pregunta, en especial el uso de las pulgadas, pues al parecer no a todos les quedaba claro que se trata de una unidad de medición de longitudes. La mayoría también demostró un desconocimiento de los tamaños de los clavos existentes en el mercado. Aunque conocer o no los tamaños de éstos no parece ser un impedimento para su compra y uso adecuado, al respecto Ávila refiere lo siguiente:

> *Varias mujeres, al no poder ofrecer una respuesta, argumentaban que cuando necesitan comprar clavos, llevan la "muestra" y no necesitan dar la*

medida" (2006, p. 27).

Tomado de "Conocimiento sobre las facciones ponderación a partir de una situación de medición" de Daniel Eudave y Alicia Ávila

4. Organizados en equipo, comenten los aspectos de la lectura anterior, con base en las interrogantes que se enuncian a continuación:

¿Cuáles son las principales dificultades que manifiestan las personas jóvenes y adultas con relación a las fracciones?

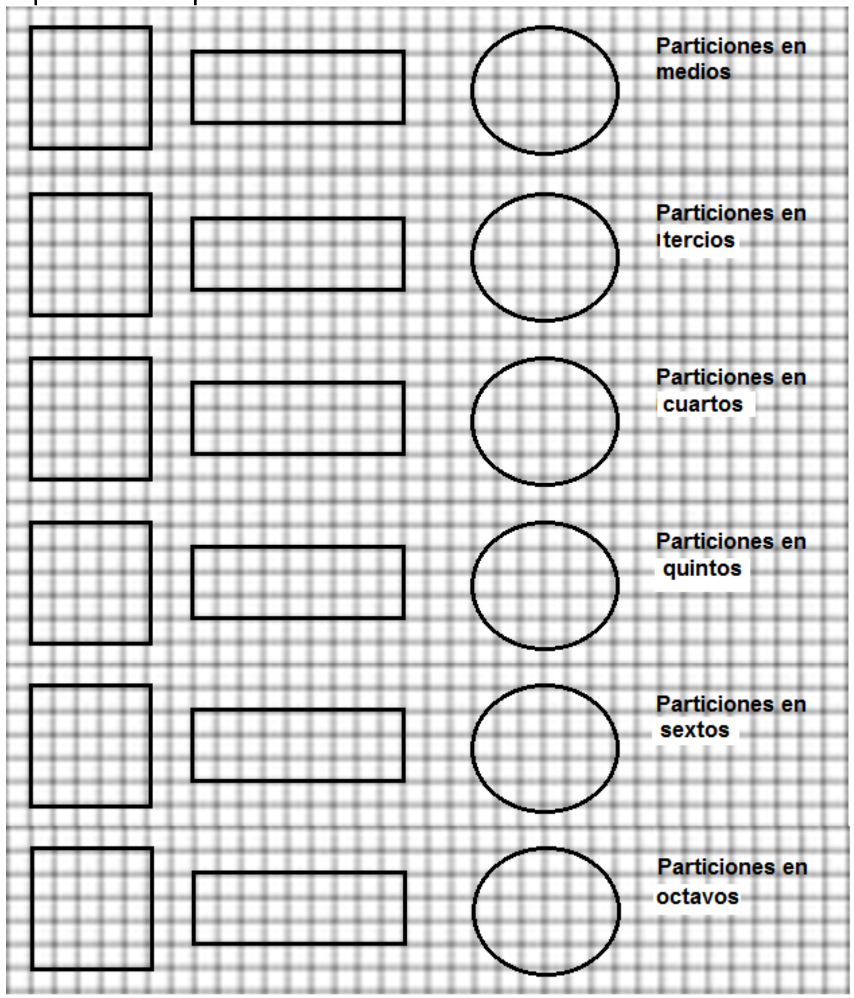
¿Qué significa cuando se afirma que los adultos ven a la representación de la fracciones como *una forma de etiquetar*?

¿Cómo compensan las personas con escasa o nula escolaridad, en la vida cotidiana, su falta de familiaridad con las fracciones?

5. En reunión general, compartan sus respuestas.

FICHA 3 ¿QUÉ SE NECESITA PARA APRENDER FRACCIONES?

1. De manera individual, realiza las particiones que se señalan en cada una de las unidades.



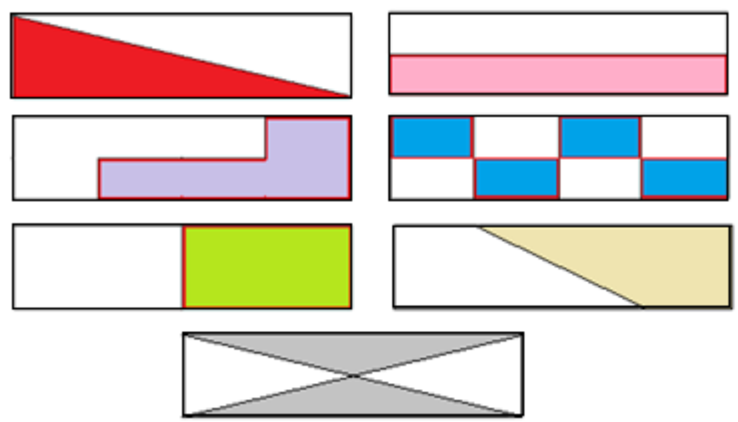
2. En equipos, comparen las particiones que realizaron cada uno y contesten las preguntas siguientes.

   ¿Realizaron las mismas particiones en cada una de las unidades? ________________

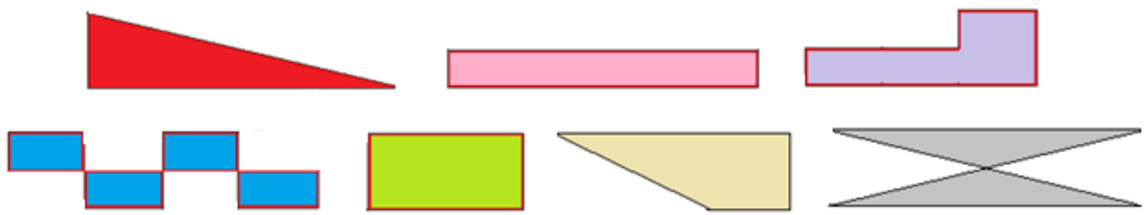
   ¿Cuáles fueron las particiones más sencillas?

   ¿Cuáles particiones fueron difíciles de realizar? ¿A qué crees que se deba?

3. A continuación se presentan siete enteros con las mismas dimensiones, en equipo, analicen la partición de cada uno y tachen en los que está señalado un medio. Después contesten las preguntas que se les plantean.



Las siguientes partes son de los enteros anteriores, ¿son equivalentes? ¿Por qué? ¿Cómo puedes comprobar tu respuesta?



¿Cuánto jamón les darán si piden medio cuarto?
____

¿La unidad de referencia en la pregunta anterior es el kilogramo de jamón o un cuarto de jamón?

____

¿Cuál es la mitad de once? ____

4. De manera individual, lee el siguiente texto subraya lo que te parezca más importante o las dudas que te surjan.

Fracciones: algo más que romper un todo.

En la enseñanza de la aritmética, la fracción se concibe desde un punto de vista muy restringido (parte de un todo), no obstante la gran cantidad de significados y aplicaciones que rodean a este concepto. El entendimiento, por parte del que enseña, de los conceptos más importantes conectados con el significado de las fracciones, puede dar muchas ideas de cómo éstos pueden ayudar a mejorar la enseñanza de las fracciones en el aula.

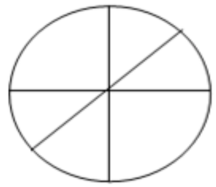
Los siguientes, constituyen los mecanismos básicos por medio de los cuales se va construyendo el conocimiento sobre la fracción. **Estos son los cimientos necesarios sobre los cuales las diferentes interpretaciones de la fracción pueden irse fundamentando**.

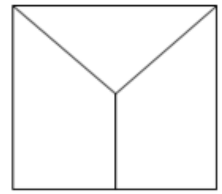
Mecanismos constructivos de la fracción.

Un educando requiere de ciertas habilidades para poder comprender el concepto de fracción. Mínimamente, el concepto de número entero y sus operaciones deben estar bien fundamentados, pero además, necesita de **tres mecanismos constructivos** básicos que sirven como herramientas mentales para ir desarrollando los diferentes significados de las fracciones.

El primero de estos mecanismos, **la equivalencia**, es la habilidad de comprender los diferentes criterios que una "igualdad" entre fracciones implica, incluso desde su misma definición. El segundo, **la partición**, es la equidivisión de una cantidad continua o discreta en un numero dado de partes. El tercero, el de **unidades divisibles**, es decir, que *una unidad* puede partirse, ya que engloba el aceptar a la unidad como divisible y ver a las partes obtenidas como *nuevas unidades*, lo cual es un paso más allá de la formación de unidades compuestas (requerido en multiplicación, es decir, cuando se tiene, por ejemplo, *una* caja de refrescos es una *unidad* compuesta de una cantidad determinada).

Las fracciones se introducen generalmente en la enseñanza como partes de un pastel circular o de una hoja rectangular. La división de estas figuras en partes "iguales" no es una tarea fácil y requiere que esta habilidad se vaya desarrollando poco a poco. Es muy común ver, por ejemplo, que un educando trate de dividir un círculo en "sextos" o un cuadrado en "tercios" como lo muestra la siguiente figura:





La equivalencia va mas allá de identidades entre dos partes como las anteriores, ya que se requiere también para comprender por ejemplo que "dos octavos" equivalen a "un cuarto" o que "tres cuartos" equivalen a "un medio y un cuarto". Aquí la equivalencia no se está refiriendo a la equivalencia usual de fracciones, sino a una idea más primitiva de relacionar las partes que provienen de particiones distintas.

Desde un punto de vista más amplio, la equivalencia se manifiesta de diferentes formas en cada una de las interpretaciones de la fracción que se discutirán más adelante. Por ejemplo, repartir 5 pizzas entre 4 personas puede verse como equivalente a repartir 10 pizzas entre 8 personas, ya que en ambos casos le tocará una pizza y cuarto por persona.

En lo que se refiere a la partición, el proceso más natural que se sigue para dividir algo en partes iguales es el de ir dividiendo en mitades, luego las mitades en mitades, etc. Es por esto que particiones que no sean múltiplos de dos resultan bastante complicadas para los educandos (y también para los docentes).

Se habla de varias etapas de la partición. Dentro de las más avanzadas se encuentra el poder reconocer particiones inmersas en otras (como la de 3 en la de 6) y el poder generar particiones múltiples (como la de 6 a partir de la de 3).

La partición en la enseñanza no solamente debe concentrarse en modelos continuos sino también en conjuntos discretos. Por ejemplo, repartir lápices, dulces, fichas, hojas, etc. entre un grupo (pequeño) de personas: ¿cómo se podrían repartir equitativamente 18 fichas entre 6 personas?

El tercer mecanismo, el de unidades divisibles, se requiere desde los casos más sencillos. Por ejemplo, "tres cuartos" se concibe, primero dividiendo una unidad en cuatro partes iguales y luego tomando una de estas partes, llamada "un cuarto", como nueva unidad para agrupar tres de ellas. Pero en una situación más complicada como en "la mitad de tres cuartos de kilogramo", los tres cuartos de kilogramo tienen que pensarse como una nueva unidad para obtener de ella la mitad. También, la equidivisión de conjuntos discretos, como por ejemplo 15 dulces, requiere que esta cantidad sea considerada como la unidad.

Darse cuenta de que en estas situaciones se requiere que la unidad deba ser fraccionada no es algo trivial o sencillo para las personas que están aprendiendo las fracciones. Esto puede hacerse evidente con ejemplos como los siguientes:

- ¿Cuál es la mitad de 23? ...(11 y medio).

- Repartir 4 galletas entre 6 niños ... (¿se puede?).

- ¿Cuál es el rectángulo más largo con un área de 12 unidades? ...(¿el de 12 por I? No., el más largo es el de 24 por ½).

El entendimiento de las propiedades de las fracciones se basa en modelos gráficos como las figuras que se han dado y se darán después. Es por esto que estos modelos deben ser una fiel representación de lo que la fracción significa y por lo cual, estos tres mecanismos constructivos juegan un papel importante en la formación del concepto de fracción.

Nótese que en las experiencias didácticas preliminares para desarrollar estos mecanismos (u otros significados de la fracción), no es necesaria la simbología matemática usual de las fracciones ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ ...) y sí puede ser un freno en el entendimiento de estas ideas. Debido a que esta escritura utiliza números enteros en su representación, estos pueden actuar como distractores del significado real de la fracción. Por ejemplo, al comparar las fracciones 2/3 con 5/6, las personas pueden centrarse en los numeradores ($2 < 5$) y decir que la segunda fracción es más grande ya que tiene más pedazos. También podrían centrarse en los denominadores ($3 < 6$) y afirmar que la primera fracción es más grande ya que los sextos son más chicos que los tercios. Incluso podrían centrarse en las diferencias del denominador con su numerador e inferir que las fracciones son iguales porque a cada una le falta un pedazo para completar un entero.

Finalmente, puede decirse que si los tres mecanismos mencionados no están propiamente elaborados en el educando, puede crear diversos obstáculos en la formación del concepto de la fracción.

Adaptado de: MOCHÓN, S. 1995. *Fracciones: Algo más que romper un todo*. Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, México.

5. Organizados en equipo, comenten los aspectos de la lectura anterior, con base en las interrogantes que se enuncian a continuación:

¿Cuáles son y en qué consisten los mecanismos constructivos que sirven como herramientas mentales para desarrollar los diferentes significados de las fracciones?

En lo que se refiere a la partición, ¿cuál es el proceso natural, o más sencillo, que se sigue para dividir algo en partes iguales?

¿Se pueden hacer particiones de unidades conformadas por objetos discretos, es decir, de objetos aislables, como canicas, pelotas, naranjas, etc.? Si es el caso pongan un ejemplo.

6. En reunión general, compartan sus respuestas, comentando las dificultades que ustedes, en lo personal, han tenido para entender los conceptos básicos de las fracciones y las que pueden tener sus educandos.

FICHA 4
LAS FRACCIONES Y SUS SIGNIFICADOS

1. En equipo, resuelvan el siguiente problema. Intercambien sus estrategias de resolución y lleguen a acuerdos para obtener la solución correcta.

La señora Lupita está adornando saleros para la boda de su hija, usa $\frac{1}{8}$ m de encaje para adornar la orilla de cada uno. Si tiene 10 $\frac{1}{3}$ m, ¿para cuántos saleros completos le alcanza? Y si le sobra encaje, ¿cuánto encaje le sobra?

Escriban su respuesta.

Anoten la unidad de referencia del encaje que le sobró. ______________________________

¿Cuáles fueron sus principales dificultades para resolver el problema?

Analicen los procedimientos de solución que utilizaron otras personas y contesten lo que se les pide.

Edgar

"…si ocupó $\frac{1}{8}$ para cada salero sé que un metro tiene $\frac{8}{8}$ por lo tanto puedo confeccionar 8 por cada metro. Como son diez, multiplico 8 × 10 y obtengo 80 saleros.
Convierto $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{3}$ a número decimal 0.125 y 0.333. Los divido y me da 2 y sobra 83. La respuesta correcta es 82 servilletas y sobran 83.

Cuando se le preguntó que eran esos 83 que le habían sobrado, dijo *83 centímetros,* entonces se le cuestionó si no podría hacer más servilletas porque para cada uno sólo se necesitan 0.125. Entonces siguió confeccionando saleros.

Manuel

Utilizó el mismo razonamiento para los 10 metros que Edgar y obtuvo 80 saleros. Para el octavo, con relación al tercio, hizo lo siguiente.

"…divido $\frac{1}{3} \div \frac{1}{8} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
Obtengo 82 servilletas y me sobran $\frac{2}{3}$
Igualmente se le preguntó que eran esos $\frac{2}{3}$ que le habían sobrado y contestó que $\frac{2}{3}$ de metro, por lo que se le cuestionó si no podría hacer más saleros ya que cada una requería solamente $\frac{1}{8}$.
Hizo lo siguiente:

Divido $\frac{2}{3} \div \frac{1}{8} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$

Y siguió haciendo más saleros, porque lo que le sobraba, para él era una fracción del metro, es decir, su unidad de referencia era el metro.

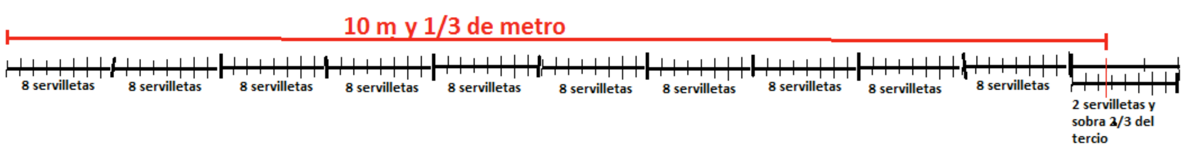
¿Sus procedimientos se parecen a alguno de los anteriores? ¿A cuál?

Lean el siguiente párrafo y observen si Marisela resolvió el problema considerando lo que se enuncia.

La principal dificultad de este problema radica en la relación de $\frac{1}{3}$ del metro y la unidad $\frac{1}{8}$, es decir, se requiere saber cuántas veces cabe el octavo en el tercio. Si iteramos el octavo en el tercio, observaremos que cabe dos veces y sobra $\frac{2}{3}$ **pero del tercio, no del metro**, por lo tanto ya no alcanza para decorar otro salero.

Marisela

Dibujó una recta, señaló en ella los 10 metros y $\frac{1}{3}$, fue dividiendo cada metro en 8 partes para obtener 8 servilletas y al final con el último metro comparó dos unidades de referencia: un metro dividido en tercios y otro en octavos, para determinar cuántas veces cabe $\frac{1}{8}$ en $\frac{1}{3}$

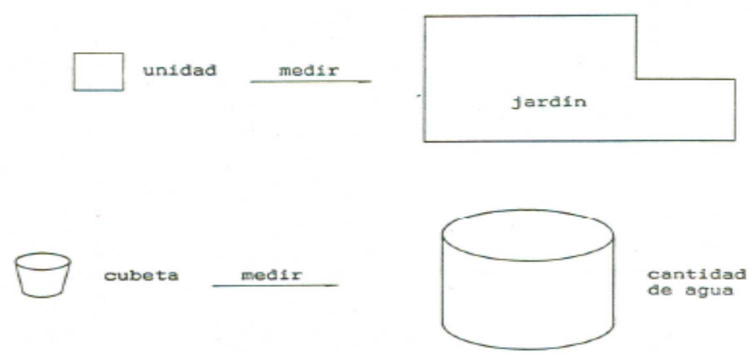


Su resultado fue 82 servilletas y sobró $\frac{2}{3}$ del tercio.

En reunión general, lean la siguiente información, intercambien sus dudas e inquietudes y pregunten lo que deseen.

El problema de los saleros implica el significado de la fracción como medida.

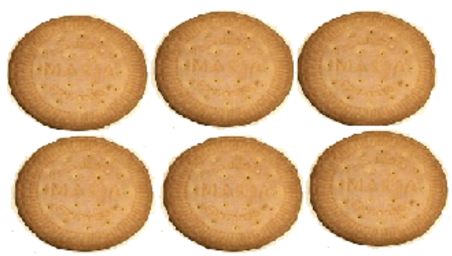
En situaciones de medida, se tiene una cantidad medible y una unidad y se quiere determinar cuántas veces cabe la unidad en la cantidad que se va a medir. Éste es el tipo de comparación más sencillo que se puede hacer entre dos cantidades. Una de ellas se toma como unidad de referencia para medir la otra.



Experiencias concretas con medición pueden proporcionar un ambiente donde las fracciones aparezcan de manera natural y dar al educando otra lente por medio de la cual pueda ver a la fracción desde otro punto de vista. Por ejemplo, medir las alturas de los estudiantes usando como unidad la altura de alguien puede ser una actividad interesante. Experiencias concretas con medición pueden proporcionar un ambiente donde las fracciones aparezcan de manera natural y dar al alumno otra lente por medio de la cual pueda ver a la fracción desde otro punto de vista.

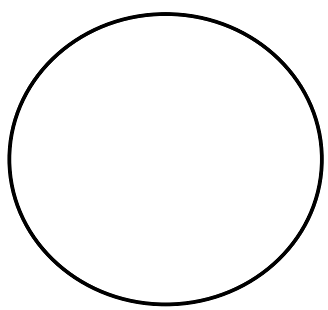
El uso de unidades intrínsecas a la situación (o sea, que de alguna manera estén relacionadas con la medición que se va a realizar) es de gran utilidad para dar sentido a los resultados de la medición con fracciones. Por ejemplo, medir lápices usados tomando a uno nuevo como la unidad.

2. De manera individual resuelve el siguiente problema:



Repartan 6 galletas entre 4 personas. ¿Cuánto le toca a cada uno?

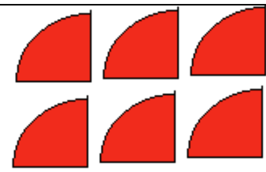
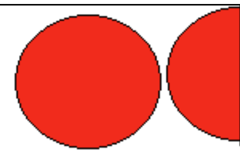
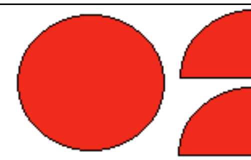
- Para resolverlo, corta 6 círculos en hojas de reúso. Utiliza cualquier modelo para marcar el círculo.



- Escribe tu respuesta ____

Formen equipos y comparen sus diferentes repartos y respuestas. ¿Fueron iguales?

Observen los diferentes repartos que se obtuvieron en un equipo.

 A cada persona le tocó $\frac{3}{2}$	 A cada persona le tocó $\frac{6}{4}$	 A cada persona le tocó $1\frac{1}{2}$	 A cada persona le tocó $1\frac{2}{4}$

¿Todos los repartos son equivalentes? ¿Si? ¿No? ¿Por qué?

En el equipo, lean lo siguiente:

Las situaciones de reparto propicia entre los estudiantes una variedad de particiones interesantes como las que observamos anteriormente, además desarrolla:

- la habilidad para realizar particiones, ya que tienen que considerar al mismo tiempo la equitatividad (que las partes sean iguales) y la exhaustividad (que el todo sea repartido sin que sobre nada)

- la noción de la equivalencia de fracciones. En el ejemplo anterior, "un entero y un medio" es equivalente a "tres medios", y éstos a su vez, equivalentes a "seis cuartos". Además, con el uso de material concreto pueden comprobar, sobreponiendo las partes de cada reparto, la equivalencia que existe: $1\frac{1}{2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Los repartos son contextos en los que se hace uso de las fracciones en el significado de cociente.

Las situaciones de reparto generan experiencias didácticas interesantes que pueden llevar al educando a comprender mejor algunas de las ideas centrales de las fracciones. Además, amplían las maneras en las que una fracción puede traducirse a un contexto real. El símbolo matemático usado para representar un cociente es el signo de la división ÷ así, las operaciones como 6÷3 y 2÷3, pueden identificarse con situaciones de reparto. Esto puede ser a veces una ayuda para comprender mejor la división de fracciones. Por ejemplo, el resultado de: $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{9}$ Se presenta en clase algorítmicamente sin ninguna explicación. Si esta operación la convertimos a una situación de reparto, podríamos ver claramente que al repartir "un tercio" de pastel entre tres personas, le tocara "una tercera parte del tercio" a cada una, o sea "un noveno".

3. De manera individual, resuelve el siguiente problema y contesta lo que se solicita:

De cada 25 personas que se les ofrecieron dos marcas de pasta dental, 10 eligieron la marca A y 15 la marca B. De mantenerse esta tendencia, ¿Cuántos elegirán cada marca, de un grupo de 200 personas?

- En el siguiente espacio, desarrolla tu proceso de solución y escribe tu respuesta.

- Compara tu proceso de solución, con el que desarrolló Néstor.

$\frac{10}{15}$	$\frac{20}{30}$	$\frac{30}{45}$	$\frac{40}{60}$	$\frac{50}{75}$	$\frac{60}{90}$	$\frac{70}{105}$	$\frac{80}{120}$
$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
25	50	75	100	125	150	175	200

- ¿Se parece este procedimientos de solución con el tuyo? ¿Cuáles son sus diferencias?

Lee el siguiente fragmento:

La fracción $\frac{a}{b}$ como razón

La expresión $\frac{a}{b}$ como razón, expresa la relación entre los valores de dos magnitudes cualesquiera. Estas magnitudes pueden ser de la misma o de distinta naturaleza entre sí.

Por ejemplo, en un conjunto de 10 canicas donde 4 son rojas y 6 negras, la expresión $\frac{4}{6}$ indica que por cada 4 rojas hay 6 negras.

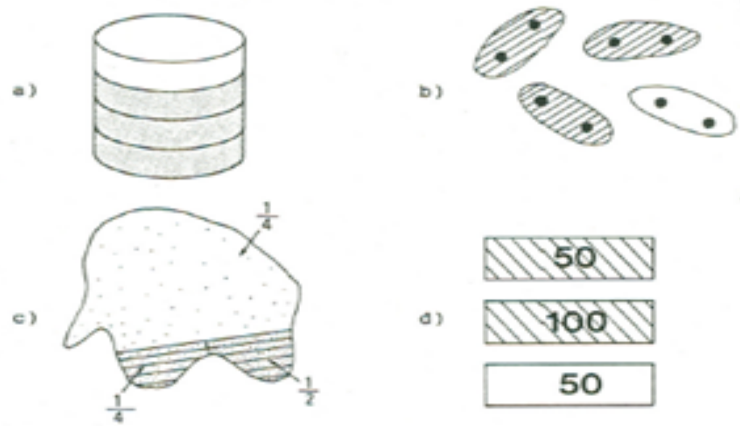
Por otra parte, $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, lo que puede traducirse en que en el grupo de canicas, por cada 2 rojas hay 3 negras. Esto implica que si se mantiene la relación establecida, en el caso de que se tuvieran 30 canicas, 12 serían rojas y 24 negras, etc.

En conclusión en este tipo de situaciones, la expresión $\frac{a}{b}$ no representa propiamente una fracción en el sentido parte/todo, sino una razón.

En reunión general, lean el siguiente texto:

La fracción en el contexto parte-todo

Esta es la interpretación usual de la fracción. En ella, un todo (continuo o discreto) es subdividido en partes equivalentes, señalando como resultado un número determinado de ellas. Por ejemplo, las tres cuartas partes de algo significarían dividirlo en 4 partes equivalentes y tomar tres de ellas. La figura siguiente muestra cuatro representaciones gráficas de esta fracción usando la idea de parte-todo:



Las primeras dos, (a) y (b), son representaciones típicas de los casos continuo y discreto respectivamente. El diagrama (c) representa un mapa de un país y su distribución de población. Aquí la división en partes no se hace de acuerdo al área, sino al número de habitantes. Las tres regiones mostradas contienen la mitad, una cuarta parte y otra cuarta parte de la población y la parte sombreada representa entonces tres cuartos de la población total. La figura en (d) muestra tres billetes. Aquí la equivalencia se hace de acuerdo al valor de los billetes. Dos de ellos equivalen a las tres cuartas partes del valor total.

El caso continuo es el más empleado, descuidando en el aula el caso discreto, el cual aparece en muchas aplicaciones, por ejemplo: "Las tres cuartas partes de la población, padecen de enfermedades gastrointestinales". De igual manera, no se hace énfasis en el aula sobre la idea de partes equivalentes, tratándose solamente el caso más restringido de partes idénticas.

Textos adaptados de: MOCHÓN, S. 1995. *Fracciones: Algo más que romper un todo*.

Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, México.

En una hoja de rota folio sinteticen lo que se solicita a continuación y expónganlas ante el grupo.

- Expliquen, utilizando sus propias palabras, en qué consiste cada significado de las fracciones: medida, cociente y razón y parte-todo y ejemplifiquen cada uno de los significados.

FICHA 5
LAS FRACCIONES EN NUESTROS MÓDULOS

1. En equipos, comenten en qué módulos del eje de Matemáticas, se abordan contenidos relacionados con las fracciones y los temas que se tratan. Anoten sus conclusiones.

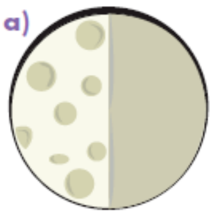
Analicen las siguientes actividades de los módulos de matemáticas y escriban lo que se solicita.

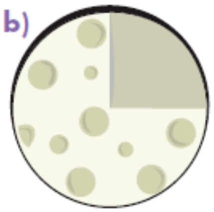
ACTIVIDAD 15 **Un medio y un cuarto**

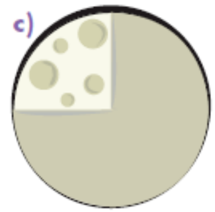
Propósito: Usted identificará las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ en situaciones de medición.

4 Cada pieza de queso pesa 1 kilogramo, Rosario compró $\frac{1}{4}$ kg de queso.

Marque con una ✓ el dibujo que muestra coloreada la parte circular del queso que le darán. considere que un queso completo pesa 1 kilogramo.

a) 

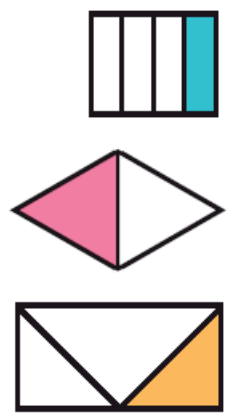
b) 

c) 

5◀ Relacione con una línea el número y el dibujo que corresponda a la parte de la barra de dulce coloreada.

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$



◆ Los números $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ se llaman fracciones.

$\frac{1}{2}$ indica, por ejemplo, que algo se dividió en dos partes iguales y se tomó una de estas partes. Se lee "un medio".

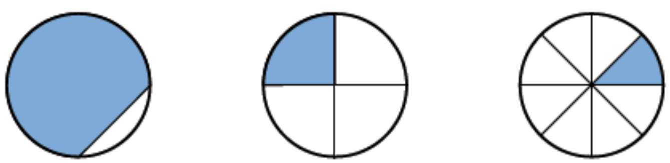
$\frac{1}{4}$ Indica, por ejemplo, que algo se dividió en cuatro partes iguales y se tomó una de estas partes. Se lee "un cuarto".

¿Qué significado de fracción se desarrolla?	
¿Qué modelo se utiliza?	
¿Qué mecanismo(s) constructivo(s) se enfatiza(n)?	
¿Qué conceptos relacionados con las fracciones, se desarrollan?	
¿A qué módulo pertenece la actividad?	

Actividad 4 **El locatario del mercado**

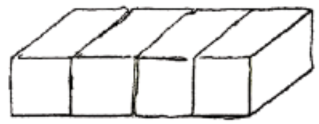
Propósito: Identificarás un entero y compararás fracciones usuales: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ y sus equivalencias.

2. Un cliente compra $\frac{1}{4}$ de queso panela. Marca con una ✓ el dibujo que representa fracciones de $\frac{1}{4}$ de queso.



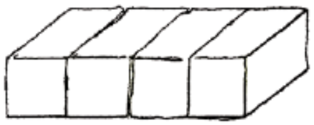
a) b) c)

4. Colorea la parte del dibujo que representa la fracción de queso Chihuahua que compró Rita y la que compró Saúl.



Yo compré $\frac{1}{2}$ de queso.

Rita



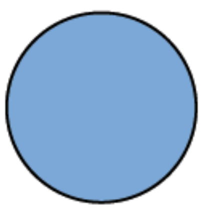
Yo compré $\frac{3}{4}$ de queso.

¿Quién compró la fracción más grande de queso?

7. Si un cliente quiere comprar un queso panela y don Juan tiene las fracciones de queso que a continuación se representan,

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

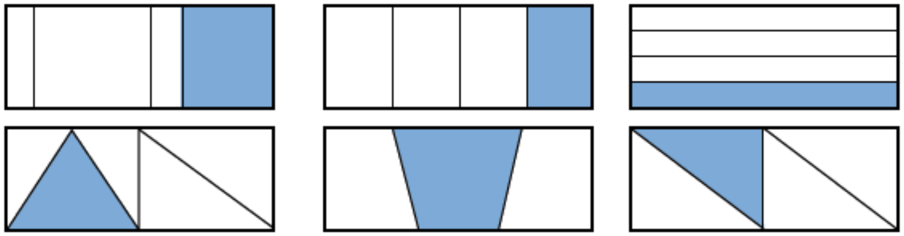
¿cuántas fracciones tendrá que despachar don Juan para completar el queso entero? Dibújalas en el recuadro de la derecha.



Es equivalente a

Resolvamos otros problemas

8. Don Luis va a sembrar árboles de mango en $\frac{1}{4}$ de la superficie de un terreno rectangular. Marca con una ✓ los dibujos en los que se ha pintado de azul la fracción.



¿Qué significado de fracción se desarrolla?	
¿Qué modelo se utiliza?	
¿Qué mecanismo(s) constructivo(s) se enfatiza(n)?	
¿Qué conceptos relacionados con las fracciones, se desarrollan?	
¿A qué módulo pertenece la actividad?	

Actividad 13 Día de muertos

Propósito: Usarás fracciones para representar el resultado de diferentes repartos.

a) Ocho personas quieren pan de muerto. Divide en partes iguales los dos panes de muerto para que a cada persona le toque lo mismo y no sobre nada.

¿Qué parte del pan de muerto le tocó a cada persona? ______________

d) Cuatro niños quieren calaveritas de dulce. Repártelas para que a cada niño le toque la misma cantidad y no sobre nada.

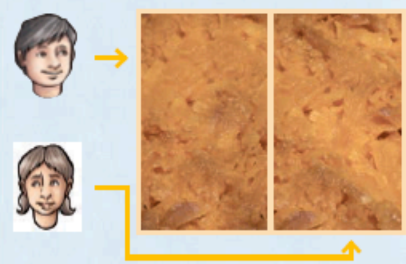
¿Cuántas calaveritas le tocan a cada niño? ______________ . A cada persona le tocó $\frac{\square}{\square}$ del total de calaveritas.

5 Juan y Jaime compraron cada uno un dulce de coco del mismo tamaño, para repartirlo entre sus hijos.

Observa cómo lo hicieron:

Juan repartió el dulce de coco entre sus 2 hijos así:

Jaime repartió el dulce de coco entre sus 2 hijos así:



a) ¿Les tocó lo mismo a los hijos de Juan que a los de Jaime? ________

Cuando se reparten uno o varios objetos entre varias personas, se usan las fracciones para representar lo que le tocó a cada una.

Al hacer repartos se deben considerar dos aspectos importantes:

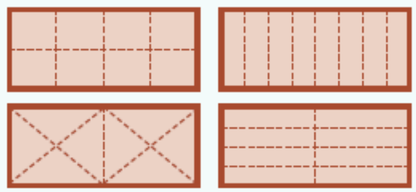
- Que las partes que le toquen a cada persona sean iguales.
- Y que el todo se reparta sin que sobre nada.

Ejemplo: 8 canicas entre 4 personas.

A cada persona le tocan 2 canicas, es decir $\frac{1}{4}$ del total de canicas. Los repartos pueden realizarse de diferentes formas.

Ejemplo:

Repartir en partes iguales un chocolate entre 8 personas puede hacerse de las siguientes formas:



En cualquiera de los casos, le toca la misma cantidad de chocolate a cada persona; es decir, $\frac{1}{8}$, y se lee: "un octavo".

¿Qué significado de fracción se desarrolla?	
¿Qué modelo se utiliza?	
¿Qué mecanismo(s) constructivo(s) se enfatiza(n)?	
¿Qué conceptos relacionados con las fracciones, se desarrollan?	

¿A qué módulo pertenece la actividad?	

Actividad 23 **Uso cotidiano de las fracciones**

Propósito: Identificarás situaciones en las que has usado a las fracciones y utilizarás la fracción para representar la relación entre dos cantidades.

3 Rutilio compró de oferta varios botes de pintura de color blanco y rojo, mezcló en una cubeta tres litros de pintura roja y cinco litros de pintura blanca.

a) ¿Qué color crees que obtenga? ____________________

b) ¿De cuántos litros se compone la mezcla que hay en la cubeta?

____

4 Considera los botes de pintura que compró Rutilio para realizar lo siguiente. Marca con ✘ la respuesta correcta a las siguientes preguntas.

a) ¿Qué fracción representa la relación entre la pintura roja y la pintura blanca.

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{3}{8}$

b) ¿Qué fracción representa la relación de la pintura roja con la mezcla?

$\frac{3}{5}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$

c) ¿Qué fracción de la mezcla es pintura blanca?

$\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{5}$

Manuela resuelve el siguiente problema. Observa su procedimiento para calcular el número de tazas que necesita para hacer un pastel.

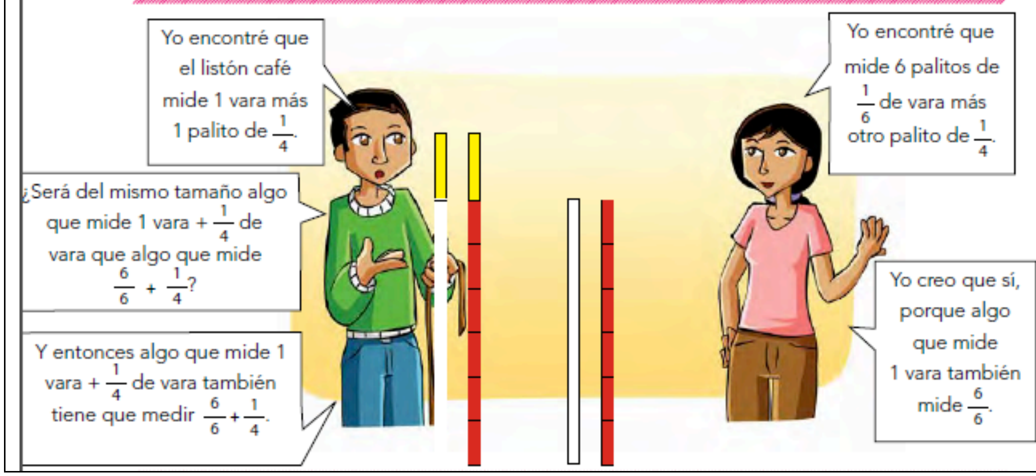
¿Qué significado de fracción se desarrolla?	
¿Qué modelo se utiliza?	
¿Qué mecanismo(s) constructivo(s) se enfatiza(n)?	

¿Qué conceptos relacionados con las fracciones, se desarrollan?	
¿A qué módulo pertenece la actividad?	

Actividad 4. En sus diferentes presentaciones

Propósito: Aprenderás a reconocer fracciones equivalentes.

Lee el diálogo entre Rosi y Paco respecto a las mediciones que hicieron del listón café (ver página 4 del Cuadernillo de apoyo).



5. Responde las siguientes preguntas.

a. ¿Cuántos palitos de $\frac{1}{3}$ de vara se necesitan para llenar el espacio que cubre una vara? Se necesitan _______ palitos de $\frac{1}{3}$.

b. Escríbelo como fracción.

$$1 \text{ vara} = \frac{\square}{3} \text{ vara}$$

c. 3 palitos de $\frac{1}{3}$ de vara más 1 palito de $\frac{1}{3}$ de vara es igual a _______ palitos de $\frac{1}{3}$ de vara.

d. Escríbelo como fracción.

$$\frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{3}$$

Las fracciones que representan mediciones que cubren exactamente el mismo espacio se llaman equivalentes; por ejemplo, las siguientes sumas de fracciones son equivalentes porque representan mediciones exactas del listón café.

$$1 + \frac{1}{4} \text{ es equivalente a } \frac{6}{6} + \frac{1}{4}$$

Una fracción es equivalente a un entero cuando el numerador y el denominador son iguales.

Ejemplos

$$\frac{2}{2} = 1;\ \frac{4}{4} = 1;\ \frac{6}{6} = 1;\ \frac{11}{11} = 1;\ \frac{15}{15} = 1$$

6. Con base en la información del cuadro responde las siguientes preguntas.

a. ¿Las siguientes medidas son equivalentes? Sí No

$$1 + \frac{1}{3} \qquad\qquad \frac{3}{3} + \frac{1}{3}$$

Explica por qué.

b. ¿Las siguientes medidas son equivalentes? Sí No

$$\frac{3}{3} + \frac{1}{3} \qquad \frac{4}{3}$$

Explica por qué.

c. Las tres medidas que se muestran a continuación son equivalentes, encierra en un círculo la forma más práctica de escribirla.

$$1 + \frac{1}{4} \qquad \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \qquad \frac{5}{4}$$

¿Qué significado de fracción se desarrolla?	
¿Qué modelo se utiliza?	
¿Qué mecanismo(s) constructivo(s) se enfatiza(n)?	
¿Qué conceptos relacionados con las fracciones, se desarrollan?	
¿A qué módulo pertenece la actividad?	

Organizados en reunión general, expongan su trabajo. Confronten sus anotaciones con las de los otros equipos. Hagan los ajustes a las anotaciones que hicieron en los cuadros considerando las propuestas de sus compañeros y anoten lo que sea necesario para complementarlos.

2.- Formen cuatro equipos para analizar las actividades relacionadas con las fracciones de los módulos: Matemáticas para empezar, 3ª ed., Los números, 3ª ed., Cuentas útiles, 3ª ed., y Fracciones y porcentajes, 3ª ed. Cada equipo analizará un módulo al mismo tiempo que registra en el Cuadro de análisis, lo que se solicita.

<table>
<tr><th colspan="3">Cuadro de análisis de actividades de fracciones</th></tr>
<tr><th>Módulo</th><th>Actividad</th><th>Significado de la fracción
Modelo que se utiliza
Mecanismos constructivos: Partición, equivalencia y unidad de referencia
Conceptos que se abordan
Suma, resta de fracciones</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Matemáticas para empezar</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Los números</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

Cuentas útiles		

Fracciones y porcentajes		

FICHA 6
SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

1. De manera individual, resuelve las siguientes situaciones:

Debido al accidentado terreno de algunas zonas rurales, es difícil trasladarse de un lugar a otro, por ello es necesario buscar diferentes caminos.

Para ir de Zafra a la cabecera del municipio de Putla hay que caminar primero $\frac{4}{5}$ de kilómetro junto al río y luego recorrer una vereda que mide $\frac{3}{6}$ de kilómetro. ¿Cuánta distancia hay que recorrer en total? ___________________

Si se elige otra ruta, hay que caminar $\frac{2}{7}$ de kilómetro al poblado El Rosario, y una brecha de $\frac{2}{3}$ de kilómetro.

¿Cuál ruta es la más corta? _______________

¿Por cuánto es más corta?_________________

En equipo, contesten las siguientes preguntas:

Los resultados que obtuvieron, ¿fueron los mismos?

Describan los pasos que utilizaron para resolver la suma y resta de fracciones.

¿Cuáles fueron las dificultades que tuvieron en la resolución de las operaciones con fracciones?

En una hoja de rota folio, anoten del lado izquierdo los resultados de cada una de las situaciones, y del lado derecho los pasos que siguieron para resolver las operaciones con fracciones. Colóquenla en algún lugar visible del aula para que pueda ser vista por todo el grupo, mientras dura el trabajo con esta ficha.

En los mismos equipos, lean el siguiente texto:

Las fracciones, y los decimales son otro tipo de números, diferentes a los naturales. Un momento importante en el aprendizaje de las matemáticas se presenta con la introducción de las fracciones, decimales y la razón. La importancia de esto, radica en el hecho de que hay que pensar en otro tipo de relaciones entre las cantidades (ya no la de los números enteros), en el uso de nuevos sistemas de símbolos para representar dichas relaciones (una línea en medio de dos números y un punto dividiendo dos cantidades), así como en la ampliación del sistema de numeración decimal.

Deben familiarizarse con nuevos símbolos y nuevas exigencias cognitivas en estas situaciones. Los nuevos números con los que se encuentran ($\frac{2}{3}$, $\frac{5}{10}$ 32.5, .250) y las operaciones con ellos (sumar restar, multiplicar y dividir) constituyen los fundamentos para comprender muchas de las situaciones cotidianas a las que se enfrentan las personas, en las que intervienen diferentes relaciones numéricas y por las cuales, deben desarrollar nuevos instrumentos para su competencia matemática.

El desafío ahora es que estos nuevos números y las operaciones con ellos amplían los significados construidos con los números naturales, recuerda: son otro tipo de números. Sin embargo, las ampliaciones y/o rupturas en los significados procedentes de los números naturales no se realizan de manera fácil en el aprendizaje de las personas. El dominio de los números racionales es, por tanto, un campo constituido por un conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo requiere la utilización de una variedad de procedimientos, de conceptos y de representaciones simbólicas que están en estrecha conexión.

Adaptado de: LLINARES, S. *Didáctica de las matemáticas para Educación Preescolar*. En Chamorro, C, (Coord.). Pearson Educación. Madrid, 2005.

Discutan esta pregunta ¿Qué aspectos del texto les permite reflexionar acerca de la importancia de la enseñanza de las fracciones?

2. De manera individual, resuelvan los siguientes problemas:

Tengo 5 tazas de mermelada. La receta me dice que necesito $\frac{2}{3}$ de una taza para hacer un pastel. Hice cuatro pasteles, ¿cuánta mermelada ocupé y cuánta me quedó?

Mi mamá tarda $\frac{3}{4}$ de hora para llegar a su trabajo. ¿Cuánto tiempo utiliza para trasladarse en los 5 días que va a trabajar?

Organícense en equipos y comenten las dificultades a las que se enfrentaron para resolver los problemas anteriores. Registren en las siguientes líneas las principales dificultades.

En los equipos, en una hoja de rota folio, anoten los pasos que se siguen para resolver las operaciones de suma y resta de fracciones con el mismo denominador.

Analicen y comparen los procedimientos que expusieron en la hoja de rota folio con lo que se señala en el siguiente texto:

Para sumar fracciones con el mismo denominador, se hace lo siguiente:

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4} =$ ← Primero se suman los numeradores: $1 + 3 + 2 = 6$

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{6}{}$ ← Y se escribe el resultado en el lugar del numerador.

$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{6}{4}$ ← Después se escribe en el resultado del denominador, que es el mismo de las fracciones que se están sumando.

Cuentas útiles, 3ª ed.

Para restar fracciones con el mismo denominador, se realiza los siguiente:

Primero se restan los numeradores: 15 - 6 = 9

$$\frac{15}{3} - \frac{6}{3} =$$

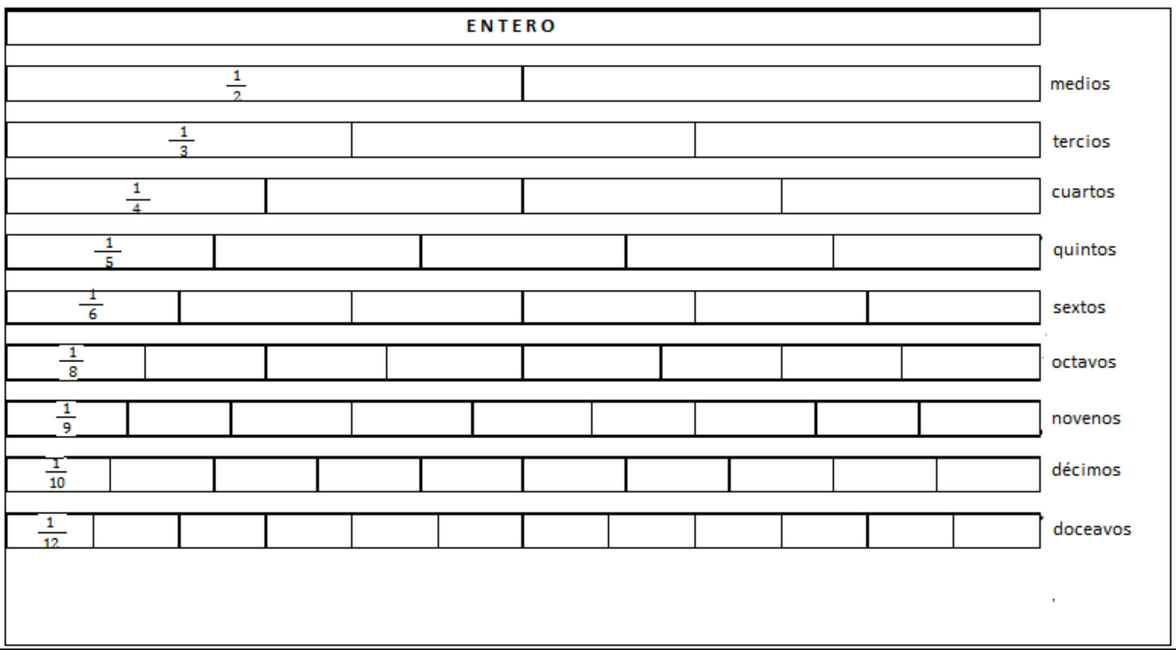
$$\frac{15}{3} - \frac{6}{3} = \frac{9}{}$$

Y se escribe el resultado en el lugar del numerador

$$\frac{15}{3} - \frac{6}{3} = \frac{9}{3}$$

Después se escribe el mismo denominador de las fracciones que se están restando

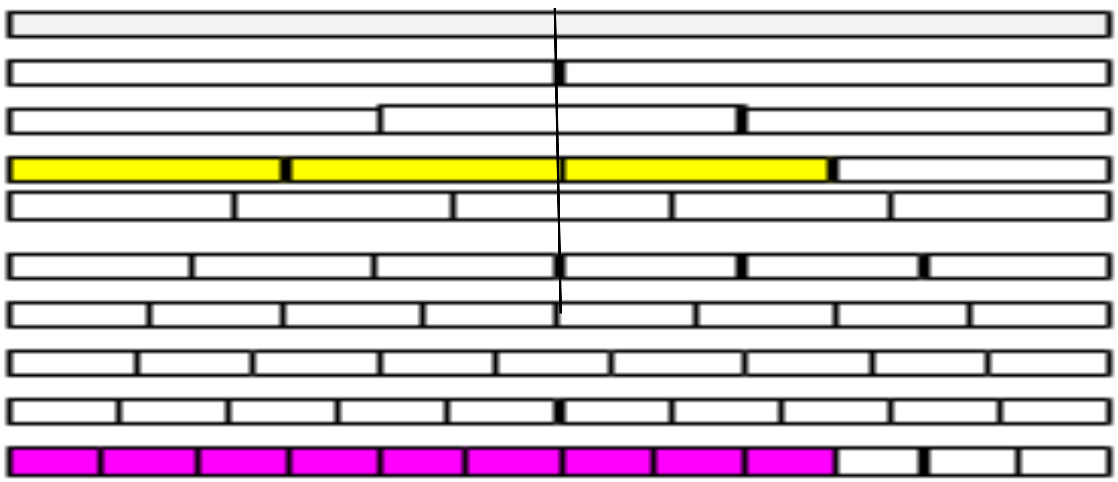
3. En equipos, utilicen las tiras de su módulo Fracciones y porcentajes, 3ª ed. o utilicen el material *tiras fraccionarias*, que se encuentra en la parte final de este curso



En los equipos, resuelvan el siguiente problema de la forma como se describe:

Marilú y Víctor compraron cada uno una pizza individual. Marilú se comió $\frac{3}{4}$ de su pizza y Víctor $\frac{6}{12}$ ¿Cuánta pizza se comieron entre los dos?

- Conviertan $\frac{3}{4}$ a doceavos utilizando sus *Tiras fraccionaria.* Vean el diagrama



- Usando el material concreto se sabe que $\frac{3}{4}$ es igual a $\frac{9}{12}$

- Ahora sumen fracciones con el mismo denominador: $\frac{9}{12} + \frac{6}{12} = \frac{15}{12}$

Resuelvan este otro problema:

Tengo un bote con $\frac{4}{5}$ de litro de pintura rosa y otro con $\frac{9}{10}$ de litro de pintura blanca, ¿cuánta pintura tengo en total?

Conviertan $\frac{4}{5}$ a décimos.

Igual a $\frac{8}{10}$

Ahora sumen $\frac{8}{10} + \frac{9}{10} = \frac{17}{10}$

Resuelvan en sus equipos, los siguientes problemas, utilizando las *tiras fraccionarias*.

Juanita confeccionó un traje para su hija. Ocupó $\frac{3}{6}$ de metro de tela para la blusa y $\frac{6}{8}$ m para hacer la falda. ¿Cuánta tela ocupó?

Lucrecia hizo un moño tricolor para las fiestas patrias. Ocupó $\frac{4}{8}$ m de listón rojo, $\frac{2}{4}$ m de listón verde y $\frac{3}{12}$ m de listón blanco. ¿Cuánto listón ocupó?

Juanito reparte pizzas a domicilio. El lunes recorrió en su bicicleta $\frac{4}{5}$ km y el martes $\frac{9}{10}$ km. ¿Cuánto recorrió durante los dos días?

En reunión general, presenten cómo resolvieron los problemas por equipo, utilizando las tiras fraccionarias y lean el siguiente texto.

Para realizar una suma de fracciones con diferente denominador como, por ejemplo:

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{4} =$$

Se convierten las fracciones a fracciones equivalentes, para que tengan un común denominador.

Como 8 es múltiplo de 4, se busca una equivalencia de $\frac{3}{4}$ con denominador 8:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

Ahora ya se puede realizar la suma:

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{4} =$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{11}{8}$$

Cuentas Útiles, 3ª ed.

4. En equipo, resuelvan los siguientes problemas utilizando las *tiras fraccionarias*.

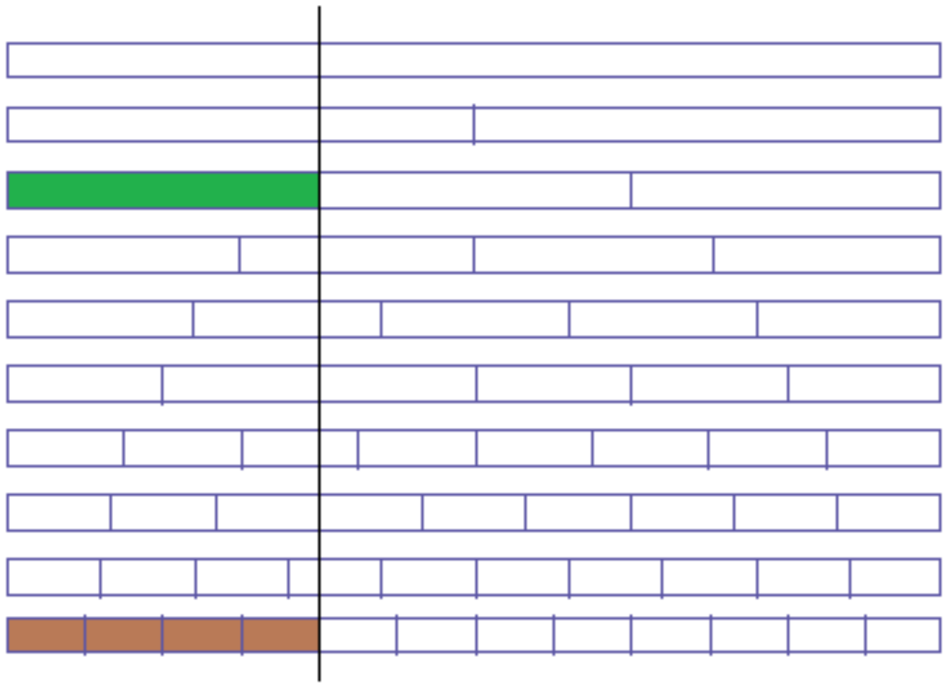
Andrés compró $\frac{7}{4}$ de metro de alambre. Utilizó $\frac{1}{2}$ de metro para reparar una reja. ¿Cuánto alambre le quedó?

Conviertan $\frac{1}{2}$ a cuartos.

Igual a $\frac{\square}{4}$

Ahora resten $\frac{7}{4} - \frac{\square}{4} = \frac{\square}{4}$

La familia Guzmán consume agua de botellón. En la mañana el botellón estaba $\frac{9}{12}$ de lleno. Al finalizar el día el botellón estaba llenos hasta $\frac{1}{3}$- ¿cuánta agua del botellón consumió la familia?



Conviertan

Ahora resten

En grupo, expongan cómo resolvieron los problemas utilizando las *tiras fraccionarias* y lean, para completar la información, el siguiente texto.

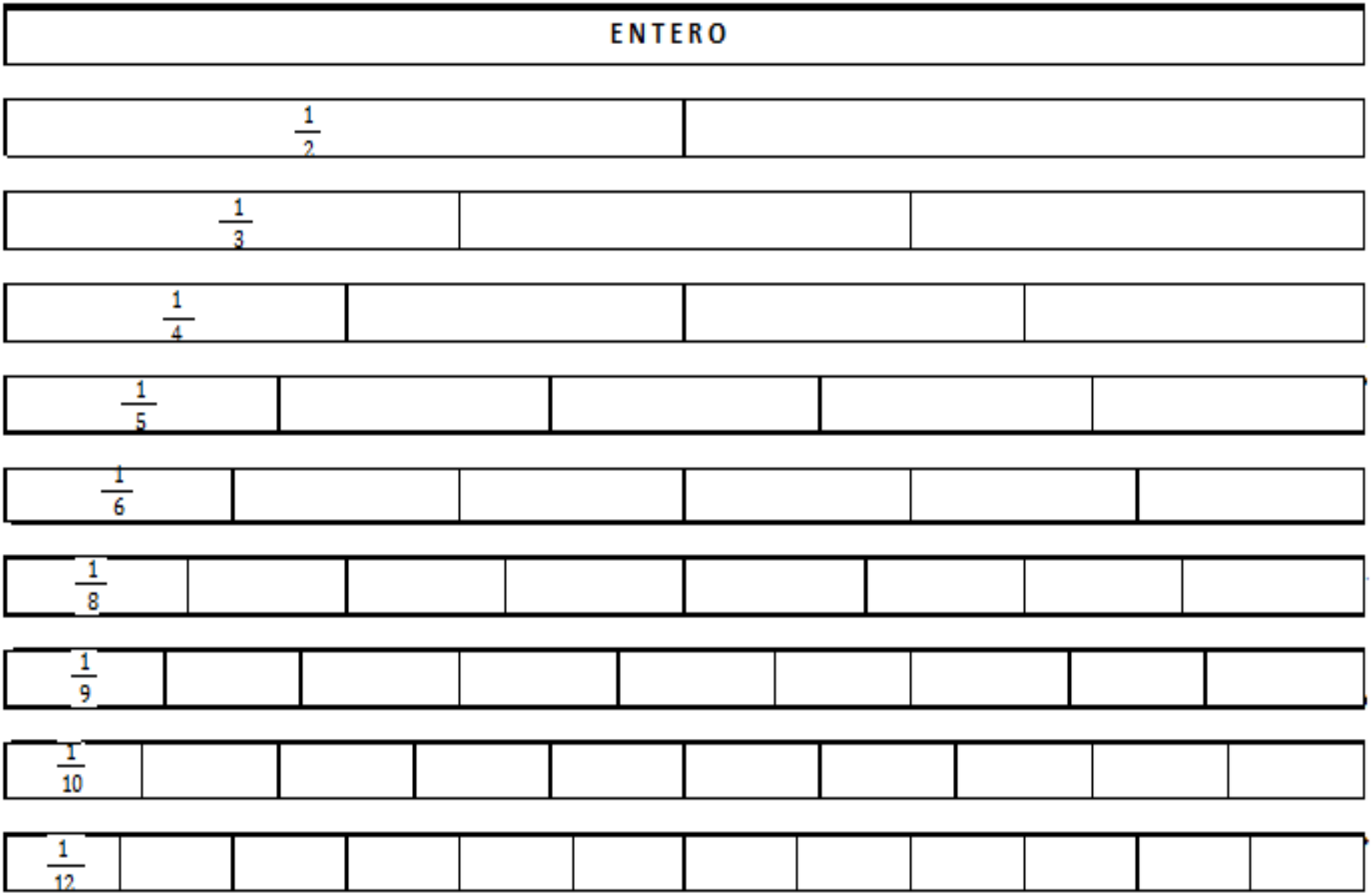
Una manera de realizar sumas o restas de fracciones es la siguiente:

- **Se buscan fracciones equivalentes a las dos fracciones para que tengan un común denominador, es decir, el mismo denominador. Una forma de encontrar un común denominador entre dos fracciones es multiplicando los denominadores de las dos fracciones:** $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=$
- **En este caso,** $3 \times 4 = 12$**. Por lo tanto, un común denominador de tercios y cuartos es el doceavo.**
- **Una vez que conocemos el común denominador hay que encontrar los numeradores que harían que las nuevas fracciones fueran equivalentes a las originales.**

$$\frac{2}{3} = \frac{}{12} \qquad \frac{3}{4} = \frac{}{12}$$

Fracciones y porcentajes, 3ª ed.

Importante: No se puede sumar ni restar directamente dos fracciones con denominadores diferentes. Para realizar la suma o la resta de fracciones en ese caso, es necesario encontrar la equivalencia de las dos fracciones en fracciones con denominadores comunes.


ENTERO
1/2
1/3
1/4
1/5
1/6
1/8
1/9
1/10
1/12